

Optimización de portafolios de venta de productos en la post crisis Covid-19, aplicando programación lineal y pronósticos

Optimization of product sales portfolios in the post-Covid-19 crisis, applying linear programming and forecasts

Carlos Ernesto Flores Tapia.

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1892-6309>

Afiliación Institucional, país: Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Ecuador.

Autor para la correspondencia: cflores@pucesa.edu.ec

Karla Lissette Flores Cevallos.

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0851-5319>

Afiliación Institucional, país: Universidad de Cádiz, España.

Autor para la correspondencia: floresceva@alum.uca.es

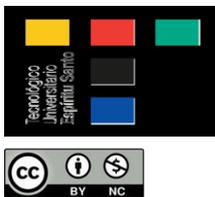
Líneas de publicación:

Fortalecimiento de los Actores de la Economía y Desarrollo Empresarial.

Innovación Tecnológica, Modelación y Simulación de Procesos

Resumen

La crisis sanitaria del COVID-19, iniciada a finales de diciembre de 2019, ha provocó graves repercusiones en la mayoría de los países, particularmente en el Ecuador. En el ámbito económico, por ejemplo, las MIPYMES se vieron afectadas por la disminución de las ventas; es el caso de la comercializadora Gutiérrez, empresa objeto de estudio. En este escenario altamente complejo, se requirió la toma de decisiones sustentadas técnicamente que ayuden a las empresas a sobrellevar la post crisis. El objetivo principal de la investigación fue demostrar que es posible calcular un óptimo de combinaciones de cantidades de la oferta de ventas que permite maximizar las utilidades de la empresa objeto de estudio, en una situación post crisis como la generada por Esta obra se comparte bajo la licencia Creative Common Atribución-No Comercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0) Revista Trimestral del Instituto Superior Universitario Espiritu Santo



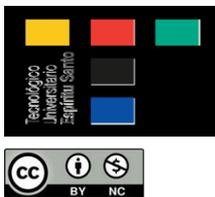
la pandemia del Covid-19 (OMS, 2021), mediante la aplicación combinada del método simplex de programación lineal y el método estadístico de pronósticos. Asimismo, se llegó a demostrar la utilidad del método simplex de programación lineal y del método estadístico de pronósticos en la búsqueda de una solución que permita la combinación óptima de ventas en el portafolio de productos de este tipo de empresas minoristas.

Palabras clave: gestión empresarial, empresas, investigación de operaciones, modelos matemáticos, programación lineal, simplex.

Abstract

The COVID-19 health crisis, which began at the end of December 2019, has caused serious repercussions in most countries, particularly in Ecuador. In the economic sphere, for example, MSMEs were affected by the decrease in sales; This is the case of the marketer Gutiérrez, the company under study. In this highly complex scenario, technically supported decision-making was required to help companies cope with the post-crisis. The main objective of the research was to demonstrate that it is possible to calculate an optimal combination of quantities of the sales offer that allows maximizing the profits of the company under study, in a post-crisis situation such as that generated by the Covid-19 pandemic. (WHO, 2021), through the combined application of the simplex method of linear programming and the statistical method of forecasts. Likewise, the usefulness of the simplex method of linear programming and the statistical method of forecasts in the search for a solution that allows the optimal combination of sales in the product portfolio of this type of retail companies was demonstrated.

Key woks: business management, operations research, mathematical models, linear programming, simplex.

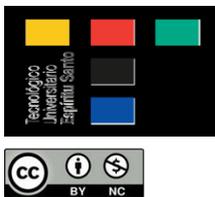


Introducción

La programación lineal es uno de los métodos cuantitativos utilizados en la Investigación de Operaciones, que permite, a partir de la identificación de un determinado problema y de la recolección de datos relevantes, la formulación del modelo matemático que representa el problema, el desarrollo de un procedimiento basado en computadora para derivar una solución, la prueba y mejora del modelo, la preparación de la aplicación de la solución óptima y la implementación. El objetivo de la aplicación del método de programación lineal es maximizar o minimizar la función objetivo planteada en el modelo matemático, obteniendo un resultado óptimo entre todas las alternativas factibles (Levin et al., 2014; Lind, 2012; Taha, 2017; Winston, 2004).

Según (Prawda, 2004), la Investigación de Operaciones en el ámbito empresarial es la aplicación del método científico a problemas relacionados con la gestión y control de las organizaciones y sus sistemas, a fin de encontrar soluciones alineadas con el cumplimiento de los objetivos institucionales, ya sea maximizando utilidades o minimizando costos, aspectos que redundan en una mejor gestión administrativa y en mejores resultados contables. En el presente estudio se combina el método de programación lineal con el método estadístico de pronósticos y con el apoyo de herramientas informáticas se busca calcular el portafolio óptimo de productos de la empresa objeto de estudio.

La empresa objeto de estudio es la comercializadora Gutiérrez, dedicada a la venta de productos eléctricos en la ciudad de Ambato, ubicada en la zona sierra centro del Ecuador (Gutiérrez, 2020). La investigación pretende dar respuesta a la pregunta: ¿cuál es la combinación óptima de ventas en el portafolio de productos de la comercializadora Gutiérrez que optimiza las



utilidades, una vez que se impulsan las ventas del producto estrella y se reduce la oferta de los productos menos rentables¹?

Consecuentemente, las hipótesis planteadas son las siguientes:

- H₀: Cualquier combinación de ventas de la oferta de productos maximiza las utilidades de la empresa objeto de estudio, una vez que se impulsa el incremento de ventas del producto estrella y se reduce la oferta de los productos menos rentables.
- H₁: Existe una combinación óptima de ventas del portafolio de productos que maximiza las utilidades de la empresa objeto de estudio, una vez que se impulsa el incremento de ventas del producto estrella y se reduce la oferta de los productos menos rentables.

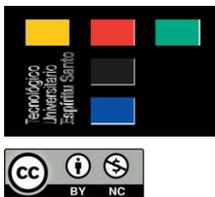
El objetivo principal de la investigación es demostrar que es posible calcular un óptimo de combinaciones de cantidades de la oferta de ventas que permite maximizar las utilidades de la empresa objeto de estudio, en una situación post crisis como la generada por la pandemia del Covid-19 (OMS, 2021), mediante la aplicación combinada del método simplex de programación lineal y el método estadístico de pronósticos.

A continuación, se revisa la literatura y estado del arte, después se detalla la metodología, se exponen los resultados y, finalmente, se presentan las conclusiones.

Marco Teórico

La Investigación de Operaciones es una rama de las matemáticas que hace uso de modelos matemáticos y algoritmos con el objetivo de apoyar la toma de decisiones. Se busca que las soluciones obtenidas sean significativamente más eficientes -en tiempo, recursos, beneficios,

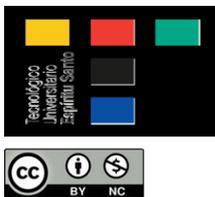
¹ El producto estrella es el más vendido y con mayor margen de utilidad, en el caso de la comercializadora Gutiérrez son las antenas receptoras de la señal de televisión.



costos, entre otros ámbitos de la gestión empresarial-, en comparación con aquellas decisiones tomadas en forma intuitiva o sin el apoyo de una herramienta técnica. Además, los modelos de Investigación de Operaciones son frecuentemente usados para abordar una gran variedad de problemas de naturaleza real en los distintos ámbitos, tales como la ingeniería, las ciencias sociales y la medicina, entre otros; alcanzando soluciones que, en su mayoría, han beneficiado a las organizaciones y han mejorado la vida del ser humano y su entorno (Faulín & Pérez, 2005).

Por su parte, Sáenz (2005), define la Investigación de Operaciones como la disciplina que enfrenta un problema concreto, lo divide en pequeñas partes y las analiza con el fin de obtener un modelo abstracto y mediante la modelación y simulación del sistema donde ocurre el problema genera alternativas de solución óptimas.

En este sentido, la programación lineal constituye uno de los métodos de la Investigación de Operaciones que facilita la toma de decisiones dentro de una organización aplicando modelos matemáticos para describir el problema. Se denomina lineal porque todas las funciones matemáticas del modelo deben ser ecuaciones lineales. En este caso, la palabra programación no se refiere a términos computacionales, más bien es sinónimo de planeación, contribuyendo, de esta manera, a la toma de decisiones. Por lo tanto, la programación lineal involucra la planeación de las actividades para obtener un resultado óptimo entre todas las alternativas factibles. Por su parte, el método simplex de programación lineal, publicado por George Dantzig en 1947, consiste en un algoritmo iterativo que secuencialmente mediante de iteraciones se va aproximando al óptimo del problema de programación lineal, siempre y cuando exista solución al modelo matemático (Hillier & Lieberman, 2015a).



Siguiendo a Flores-Tapia & Flores-Cevallos (2018), los símbolos que se detallan a continuación se usan de manera convencional para denotar los diversos componentes de un modelo de programación lineal. Estos símbolos se enumeran a continuación junto con su interpretación para el problema general de asignación de recursos a las diferentes actividades.

Z : valor de la media global de efectividad.

X_j : nivel de la actividad j (para $j=1, 2, \dots, n$).

C_j : incremento en Z que se obtiene al aumentar una unidad en el nivel de la actividad j .

B_i : cantidad de recurso i disponible para asignar a las actividades (para $i= 1,2,\dots, m$).

A_{ij} : cantidad del recurso i consumido por cada unidad de la actividad j .

En el método de programación lineal tiene como objetivo la maximización del sistema de variables de ingreso, que se plantean dependiendo de cómo se estructure el modelo matemático. No obstante, programación lineal puede también aplicarse también a problemas de minimización de costos.

La ecuación (1) expresa la función que va a ser maximizada o minimizada -función objetivo Z del método de programación lineal-, así:

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3 + \dots + C_n X_n \quad (1)$$

Utilizando Z (máx.) para los casos de maximización y Z (min.) para la función de minimización.

Los coeficientes C_1, C_2, \dots, C_n son los coeficientes técnicos, ya sea de costos o de utilidades, según el tipo de problema que se pretenda resolver. Por otra parte, X_1, X_2, \dots, X_n son las variables de decisión -variables o niveles de actividad- que deben determinarse de tal manera que se alcance el objetivo dentro de las restricciones que aborda el problema.

Por su parte, las restricciones o limitaciones del modelo de programación lineal, expresadas mediante desigualdades lineales, están compuestas por los coeficientes técnicos $-A_{ij}$, las actividades o procesos $-X_n$, las cuales también se toman en cuenta en la función objetivo y los niveles o limitaciones $-B_i$. El conjunto de restricciones puede expresarse de tres diferentes maneras, tal como se expresan en las ecuaciones (2), (3) y (4); de acuerdo con el signo que adopte cada una de ellas, a saber:

$$A_{11} X_1 + A_{12} X_2 + \dots + A_{1n} X_n \leq B_1 \quad (2)$$

$$A_{21} X_1 + A_{22} X_2 + \dots + A_{2m} X_n \geq B_2 \quad (3)$$

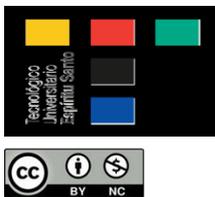
$$A_{m1} X_1 + A_{m2} X_2 + \dots + A_{mn} X_n = B_m \quad (4)$$

Además, en la resolución de problemas de programación lineal no se aceptan resultados con valores negativos, por cuanto no se conciben producciones negativas o gastos negativos. Por consiguiente, es necesario expresar esta restricción tal como se muestra en la ecuación (5).

$$X_n \geq 0 \quad (5)$$

Según (Taha, 2017), los tres tipos básicos de restricciones: de “mayor que” (\geq), de “menor que” (\leq) y de igualdad (=) pueden ser clasificadas en razón a su naturaleza en:

- Restricciones de recursos o entradas: se incluyen, por ejemplo, terreno, capital, mano de obra e instalaciones, entre otras.
- Restricciones externas: esta clase incluye conceptos tales como las asignaciones gubernamentales de superficie de terreno, los límites de crédito asignado a los productos u obligaciones de tipo legal, entre otras.
- Restricciones subjetivas: estas restricciones se las impone el propio operador. Los límites pueden ser difíciles de definir, pero frecuentemente son reales y significativos en el



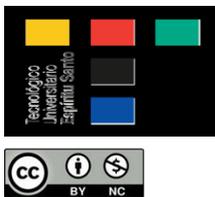
proceso de planificación. A menudo las restricciones impuestas provienen de los propios objetivos personales o del negocio del planeador.

Con las variables de decisión, los coeficientes tecnológicos y los valores del lado derecho de las restricciones, siendo estos los recursos disponibles por la unidad de producción, se pueden resolver problemas relacionados con los distintos ámbitos del quehacer económico y social. Por ejemplo, en la gestión administrativa se tienen problemas relacionados con la producción, la comercialización y la evaluación de proyectos de inversión, entre otros.

Ahora bien, según Miranda & Ramos (2014), una solución factible es aquella para la que todas las restricciones se satisfacen, siendo la solución no factible aquella para la que al menos una restricción no se cumple y la región básica factible hace referencia a todas las soluciones posibles. En este sentido, puede ocurrir que un problema no tenga soluciones óptimas, siendo una solución óptima aquella solución factible que proporciona el valor más favorable en el cálculo de la función objetivo. El más favorable significa el mayor valor si la función objetivo es de maximización o el menor valor si la función objetivo debe minimizarse.

Además, Taha (2017) menciona que cualquier problema que tenga soluciones óptimas múltiples, tendrá un número infinito de ellas, todas con el mismo valor de la función objetivo. Señala, también, que si el problema no tiene soluciones óptimas puede deberse, entre otras razones, a las siguientes:

- No tiene regiones básicas factibles.
- Las restricciones no impiden que el valor de la función objetivo Z mejore indefinidamente en la dirección favorable -positiva o negativa-. Este caso se conoce como un problema con Z no acotada u objetivo no acotado.



– Se omiten por error restricciones funcionales del modelo.

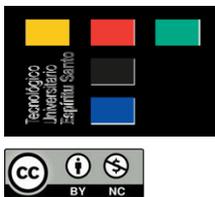
Según Winston (2004), los supuestos de programación lineal son los siguientes:

– *Proporcionalidad*: es un supuesto sobre la función objetivo y sobre las restricciones funcionales. La contribución de cada actividad al valor de la función objetivo Z es proporcional al nivel de la actividad X_j representado por el término $C_j X_j$ en la función objetivo. De manera similar la contribución de cada actividad a lado izquierdo de cada restricción funcional es proporcional al nivel de la actividad X_j , como lo representa en la restricción el término $A_{ij} X_j$.

– *Aditividad*; aunque el supuesto de proporcionalidad elimina los exponentes diferentes de 1, no prohíbe los términos de productos cruzados –términos que incluyen el producto de 2 o más variables-. El supuesto de aditividad elimina esta posibilidad.

– *Divisibilidad*: en un modelo de programación lineal, las variables de decisión pueden tomar cualquier valor, incluso valores no enteros, que satisfagan las restricciones funcionales y de negatividad. En consecuencia, estas variables no están restringidas a solo valores enteros.

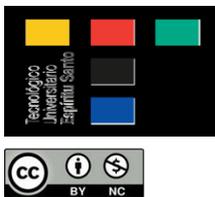
– *Certidumbre*: este supuesto se refiere a los parámetros del modelo, es decir, a los coeficientes C_j en la función objetivo, los coeficientes A_{ij} en las restricciones funcionales y los B en el lado derecho de las restricciones funcionales. Se supone que los valores asignados a cada parámetro de un modelo de programación lineal son constantes conocidas. En problemas reales, el supuesto de certidumbre casi nunca se satisface por completo. Por lo general, se formula un modelo de programación lineal para elegir un curso de acción futuro, en este caso, los valores de los parámetros que se emplean están basados en una predicción de las condiciones futuras, siendo inevitable la introducción de cierto grado de incertidumbre.



Lo anterior permite señalar, de acuerdo con Hillier & Lieberman (2015a), que un modelo de programación lineal tiene como propósito mostrar el procedimiento necesario para construir un modelo industrial y/o empresarial de programación lineal que optimiza las ganancias o minimiza los costos, contemplando, por ejemplo, la rotación de producción o modificaciones en los recursos disponibles para la producción en las industrias o el impulso de la demanda de productos estrella y reducciones en la oferta de productos menos rentables en las empresas del sector comercial, entre otras estrategias.

Ahora bien, las herramientas informáticas contribuyen de manera significativa a la búsqueda de soluciones matemáticas de los distintos métodos de Investigación de Operaciones, particularmente los de programación lineal utilizando, por ejemplo, Microsoft Excel. Ésta es un programa distribuido por Microsoft Office para hojas de cálculo que incluye la aplicación denominada Solver (Microsoft, 2021).

Solver es una herramienta adecuada para solucionar problemas de programación lineal, contiene una serie de comandos de análisis que permite encontrar el valor óptimo para una fórmula de celda, denominada celda objetivo en una hoja de cálculo Excel y funciona en un grupo de celdas que están relacionadas, directa o indirectamente, con la fórmula de la celda objetivo. Solver ajusta los valores en las celdas cambiantes que se especifiquen, denominadas celdas ajustables, generando el resultado especificado en la fórmula de la celda objetivo. Pueden aplicarse restricciones para limitar los valores que puede utilizar Solver en el modelo y las restricciones pueden hacer referencia a otras celdas a las que afecte la fórmula de la celda objetivo (Render et al., 2012).



Ahora bien, se pueden combinar la aplicación del método de programación lineal con métodos estadísticos de pronósticos para realizar proyecciones exponenciales (Hanke & Wichern, 2014), para lo cual es necesario tener presente conceptos básicos relacionados con la ecuación lineal. En este sentido, la línea de tendencia, que permite tener una noción de una cantidad que la empresa obtendrá en un futuro, basándose en los resultados reales de periodos anteriores. Siendo, entonces, la ecuación (6) utilizada para el cálculo de la línea de tendencia.

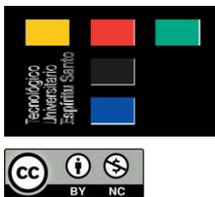
$$y = \text{constante de proyección} * e^{\text{constante exponencial} * \text{variable}} \quad (6)$$

La ecuación logarítmica (6) permite calcular las utilidades que la empresa obtendrá en un periodo futuro, cuyo planteamiento se vincula con la gráfica que se obtiene mediante el ingreso de los datos en un software, como por ejemplo en el programa Excel. La ecuación se presenta con los respectivos valores constantes a excepción de “x”, que es la variable correspondiente al número de periodo que se espera calcular la proyección. La línea de tendencia arroja el resultado de la pendiente de la recta -al igual que la ecuación “y”- calculado según los datos pertinentes que la empresa ha obtenido. La pendiente de una recta, en términos simples es una razón de cambio que muestra cuánto cambia “y” su valor al moverse de un punto a otro en una recta y en comparación con cuánto cambia “x”. La pendiente de la recta se representa con R^2 (Levin et al., 2014; Lind, 2012; Triola, 2018).

Materiales y Métodos

El estudio contempla técnicas cuantitativas que se ajustan a la metodología de Investigación de Operaciones (Flores-Tapia et al., 2017; Hernández-Sampieri et al., 2007; Hillier & Lieberman, 2015a; Taha, 2017), previéndose seis etapas o fases a seguirse:

- Se definió el problema de interés y recolección de datos relevantes.



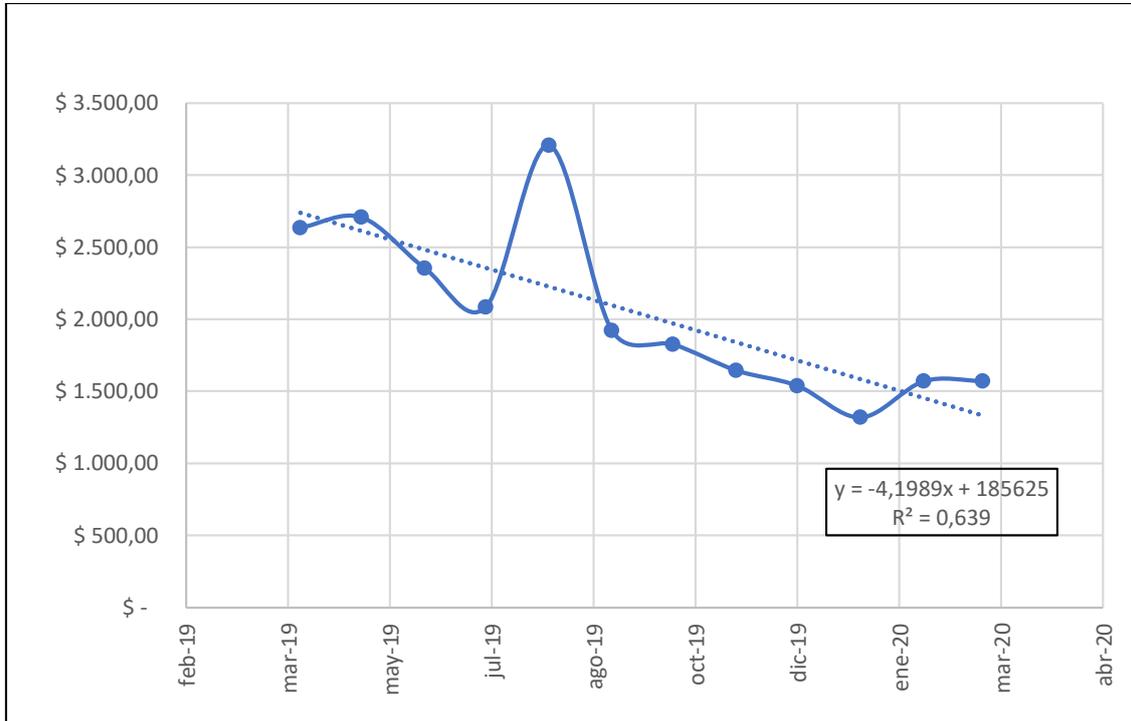
- Se formuló el modelo matemático que represente el problema.
- Se desarrolló un procedimiento basado en computadora para derivar una solución para el problema a partir del modelo.
- Se probó el modelo y mejoramiento de acuerdo con las necesidades.

Las distintas fases de la metodología de Investigación de Operaciones antes señalada se abordaron a partir de la definición del problema, cuyos datos fueron facilitados por la empresa objeto de estudio, en los siguientes términos:

La empresa Comercial Gutiérrez, dedicada a la comercialización minorista de productos eléctricos, trabaja con una previsión de ventas que incluye el presupuesto para la compra de los artículos que van a ser ofertados. Si bien es cierto que, dadas las condiciones económicas y de crecimiento, la proyección exponencial que representa dicha previsión se mantiene usualmente con una pendiente positiva. No obstante, existen ciclos en los cuales por razones sanitarias, sociales, políticas o económicas, entre otras –como es en este caso la crisis provocada por el Covid-19-, presentan reducciones significativas en los volúmenes de venta y utilidades empresariales, generándose en la proyección exponencial valores negativos con respecto a períodos anteriores. Esto obliga a la gerencia a tomar decisiones con respecto a la oferta de los productos que se van a comercializar.

A continuación, en la Figura 1 se muestra la situación de la empresa que describe la evolución de las utilidades –en dólares de los Estados Unidos de Norteamérica, USD. - durante el período abril 2019 hasta marzo del año 2020.

Figura 1. Utilidades de Comercial Gutiérrez -abril 2019 a marzo 2020-



Fuente: Elaboración propia, a partir de los datos de Comercial Gutiérrez

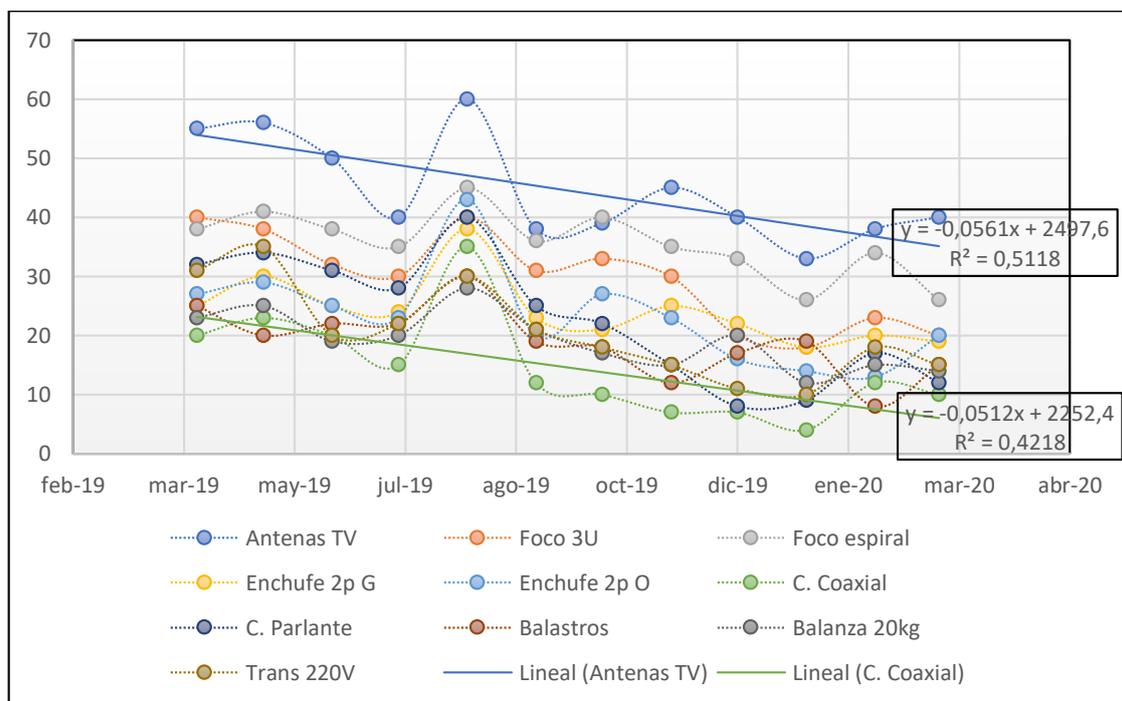
En la Figura 1 se destacan los siguientes aspectos de la situación problemática de la empresa objeto de estudio:

- El período que se considera para el estudio - abril 2019 hasta marzo 2020- tiene como resultado una pendiente negativa en las utilidades, reflejándose la caída de la utilidad en la empresa; agravada, principalmente, por la crisis sanitaria COVID-19.
- El valor de R^2 es bastante cercano a uno por lo que los datos tienen una exactitud importante.

– La función “y” refleja la ecuación lineal para la proyección de la utilidad y el valor de “x” es la variable dentro de la fórmula que se puede cambiar de acuerdo al valor que se asigne al período proyectado aplicando la herramienta estadística de pronósticos de series de tiempo.

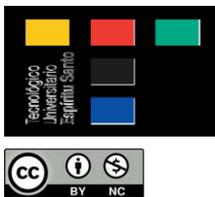
A continuación, en la Figura 2, se presentan las cantidades vendidas de los principales productos de Comercial Gutiérrez -abril 2019 a marzo 2020-, en la cual se observó tendencias negativas en todos los productos del portafolio de ventas. No obstante, la ecuación de regresión lineal obtenida permite proyectar a futuro las cantidades vendidas de cada uno de los productos de la de la empresa.

Figura 2. *Cantidades vendidas de los principales productos de Comercial Gutiérrez -abril 2019 a marzo 2020-*



Fuente: Elaboración propia, a partir de los datos de Comercial Gutiérrez

Esta obra se comparte bajo la licencia Creative Common Atribución-No Comercial 4.0 Internacional (CC BY-NC 4.0) Revista Trimestral del Instituto Superior Universitario Espíritu Santo



Ahora bien, la segunda fase del proceso metodológico, la formulación del modelo matemático, según Hillier & Lieberman (2015b), es crucial, pues afecta de forma significativa la relevancia de las conclusiones del estudio. Es difícil obtener una respuesta “correcta” a partir de un problema enfocado de manera “equivocada”. Por lo tanto, en esta fase, se tomó en cuenta las opciones, los supuestos, los rangos de valores, parámetros y las relaciones costo y beneficios, entre otros aspectos, para la toma de decisiones empresariales óptimas. A su vez, Anderson et al. (2016), manifiestan que el modelo matemático está conformado por el sistema de ecuaciones y expresiones matemáticas relacionadas que describen la esencia del problema; destacándose la necesidad de contar con la información más importante para conseguir la solución óptima.

El modelo matemático que se presenta a continuación responde a la utilidad máxima que se obtiene mediante la suma de las cantidades multiplicadas por la utilidad unitaria de cada producto, tal como se expresa en la ecuación (7), cuyos valores serán el resultado de las fórmulas de proyección tomadas sobre la base de valores contables registrados en los periodos anteriores y que fueron facilitados por la comercializadora Gutiérrez.

– Función objetivo:

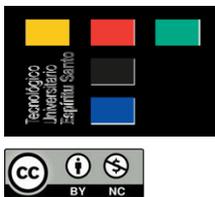
$$Z(max) = x_1(utilidad) + x_2(utilidad) + \dots x_{10}(utilidad) \quad (7)$$

– Restricciones a la previsión de ventas y de cantidades de los productos ofertados para la comercialización, se usaron variables X que representan los principales productos del portafolio de ventas, a saber:

x_1 : Antenas de TV. x_2 : Foco ahorrador 3u. x_3 : Foco ahorrador espiral.

x_4 : Enchufe blindado dos patas genérico. x_5 : Enchufe blindado dos patas original.

x_6 : Cable coaxial. x_7 : Cable para parlante. x_8 : Alastros 4 * 32. x_9 : Balanza de 20 kg.



x_{10} : Transformadores de 220 V.

Resultados y Discusión

El modelo matemático presentado en el numeral anterior se soluciona mediante el uso del software (*PHPSimplex*, 2020), primero, ingresando la función objetivo de maximización y, segundo, las restricciones tomadas de las proyecciones de cantidad y utilidad. Luego, se aplica resolver, generándose inmediatamente el resultado óptimo.

Para determinar la validez del estudio y su aplicación, inicialmente se trabaja con los valores contables registrados de marzo del 2020 y *-a posteriori-* se proyectan para el mes siguiente -abril 2020-, considerándose la función maximización, primero, sin impulsar la demanda del producto estrella –antenas de televisión- y sin reducir la demanda de los demás productos del portafolio de la comercializadora Gutiérrez. Segundo, se realiza el cálculo de la función de maximización, impulsando la demanda del producto estrella y, a la vez, reduciendo la oferta de los demás productos.

Maximización de utilidades -marzo 2020, sin impulsar la demanda del producto estrella-

$$Z(\text{max.}) = x_1(16,60) + x_2(1,08) + x_3(3,50) + x_4(0,65) + x_5(1,21) + x_6(16,60) \\ + x_7(10,28) + x_8(15,86) + x_9(6,82) + x_{10}(9,14)$$

Restricciones:

$$x_1(16,60) + x_2(1,08) + x_3(3,50) + x_4(0,65) + x_5(1,21) + x_6(16,60) + x_7(10,28) \\ + x_8(15,86) + x_9(6,82) + x_{10}(9,14) \leq 1641,93$$

$$x_1 \leq 40 \quad x_2 \leq 20 \quad x_3 \leq 26 \quad x_4 \leq 19$$

$$x_5 \leq 20 \quad x_6 \leq 10 \quad x_7 \leq 12 \quad x_8 \leq 15$$

$$x_9 \leq 14 \quad x_{10} \leq 15 \quad x_1 \leq 50 \quad x_2 \leq 50$$

$$\begin{array}{cccc} x_3 \leq 50 & x_4 \leq 50 & x_5 \leq 50 & x_6 \leq 50 \\ x_7 \leq 50 & x_8 \leq 45 & x_9 \leq 45 & x_{10} \leq 45 \end{array}$$

$$Z(\text{máx}) = 1572,99$$

Sin estimular la demanda del producto estrella se alcanza una utilidad de USD. 1572,99 durante el mes de marzo del año 2020. A continuación, se procede a calcular la función objetivo, esta vez, tomando valores que prevén el impulso de la demanda del producto estrella –antenas de televisión- y la reducción de la oferta de los demás productos.

Maximización de utilidades -marzo 2020, impulsando la demanda del producto estrella-

$$\begin{aligned} Z(\text{max.}) = & x_1(16,60) + x_2(1,08) + x_3(3,50) + x_4(0,65) + x_5(1,21) + x_6(16,60) \\ & + x_7(10,28) + x_8(15,86) + x_9(6,82) + x_{10}(9,14) \end{aligned}$$

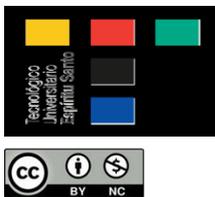
Restricciones:

$$\begin{aligned} x_1(16,60) + x_2(1,08) + x_3(3,50) + x_4(0,65) + x_5(1,21) + x_6(16,60) + x_7(10,28) \\ + x_8(15,86) + x_9(6,82) + x_{10}(9,14) \leq 1641,93 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccc} x_2 \leq 20 & x_3 \leq 26 & x_4 \leq 19 & x_5 \leq 20 & x_6 \leq 10 \\ x_7 \leq 12 & x_8 \leq 15 & x_9 \leq 14 & x_{10} \leq 15 & x_1 \leq 50 \\ x_2 \leq 50 & x_3 \leq 50 & x_4 \leq 50 & x_5 \leq 50 & x_6 \leq 50 \\ x_7 \leq 50 & x_8 \leq 45 & x_9 \leq 45 & x_{10} \leq 45 & \end{array}$$

$$Z(\text{máx}) = 1641,93$$

Si se impulsa la demanda del producto estrella y se reduce la oferta de los demás productos se alcanza una utilidad de USD. 1641,93 durante el mes de marzo del año 2020, monto superior al alcanzado sin estimular la demanda del producto estrella y sin reducir la de los demás productos del portafolio de la empresa Gutiérrez. Comprobándose así que, es factible utilizar el



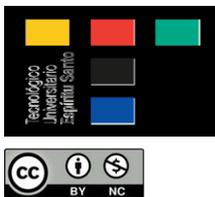
método simplex de programación lineal para obtener una mezcla del portafolio de cantidades comercializadas que optimiza las utilidades.

Para la prueba del modelo proyectando la maximización de utilidades para el mes de abril del año 2020 se realiza un único cambio, se elimina la restricción de cantidad de x_1 . Para el cálculo del valor de la cantidad de unidades vendidas proyectada para cada uno de los productos del portafolio comercializable de la empresa objeto de estudio y para el cálculo de la utilidad proyectada total para el mes de abril del año 2020 se aplica la ecuación (6). El planteamiento de la ecuación (6) y los resultados se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Proyección de cantidades por producto y utilidad total -abril 2020-

Producto	Planteamiento ecuación (6)	Resultado (unidades por mes)
Antenas de televisión	$y = 55,87e^{-0,038x}$	$y = 34$
Foco Ahorrador 3u	$y = 44,009e^{-0,066x}$	$y = 19$
Foco Ahorrador Espiral	$y = 43,587e^{-0,033x}$	$y = 28$
Enchufe blindado dos patas genéricas	$y = 30,232e^{-0,038x}$	$y = 18$
Enchufe blindado dos patas originales	$y = 33,336e^{-0,063x}$	$y = 15$
Cable coaxial	$y = 26,66e^{-0,117x}$	$y = 6$
Cable para parlante	$y = 44,74e^{-0,122x}$	$y = 9$
Balastos 4x32	$y = 27,707e^{-0,066x}$	$y = 12$
Balanza de 20 kg	$y = 26,287e^{-0,054x}$	$y = 13$
Transformadores de 220v	$y = 33,412e^{-0,086x}$	$y = 11$
Utilidad total	$y = 2968e^{-0,064x}$	$y = 1291,60$

Fuente: Elaboración propia.



A continuación, se procede a calcular la función de maximización, primero, sin impulsar la demanda del producto estrella –antenas de televisión- y sin reducir la oferta de los demás productos del portafolio comercializable de la empresa Gutiérrez y, segundo, impulsando la demanda del producto estrella y, a la vez, reduciendo las de los demás productos del mencionado portafolio.

Maximización de utilidades -abril 2020, sin impulsar la demanda del producto estrella-

$$Z(\text{max.}) = x_1(16,60) + x_2(1,08) + x_3(3,50) + x_4(0,65) + x_5(1,21) + x_6(16,60) + x_7(10,28) + x_8(15,86) + x_9(6,82) + x_{10}(9,14)$$

Restricciones:

$$x_1(16,60) + x_2(1,08) + x_3(3,50) + x_4(0,65) + x_5(1,21) + x_6(16,60) + x_7(10,28) + x_8(15,86) + x_9(6,82) + x_{10}(9,14) \leq 1291,60$$

$$\begin{array}{cccc} x_1 \leq 34 & x_2 \leq 19 & x_3 \leq 28 & x_4 \leq 18 \\ x_5 \leq 15 & x_6 \leq 6 & x_7 \leq 9 & x_8 \leq 12 \\ x_9 \leq 13 & x_{10} \leq 11 & x_1 \leq 50 & x_2 \leq 50 \\ x_3 \leq 50 & x_4 \leq 50 & x_5 \leq 50 & x_6 \leq 50 \\ x_7 \leq 50 & x_8 \leq 45 & x_9 \leq 45 & x_{10} \leq 45 \end{array}$$

$$Z(\text{máx}) = 1284,41$$

La función maximización, sin impulsar la demanda del producto estrella y sin reducir la oferta de los demás productos genera un valor por utilidades proyectadas para el mes de abril del año 2020 de USD. 1284,41.

Maximización de utilidades -abril 2020, impulsando la demanda del producto estrella-

$$Z(\text{max.}) = x_1(16,60) + x_2(1,08) + x_3(3,50) + x_4(0,65) + x_5(1,21) + x_6(16,60) + x_7(10,28) + x_8(15,86) + x_9(6,82) + x_{10}(9,14)$$

Restricciones:

$$x_1(16,60) + x_2(1,08) + x_3(3,50) + x_4(0,65) + x_5(1,21) + x_6(16,60) + x_7(10,28) + x_8(15,86) + x_9(6,82) + x_{10}(9,14) \leq 1291,60$$

$$x_2 \leq 19; x_3 \leq 28; x_4 \leq 18; x_5 \leq 15; x_6 \leq 6; x_7 \leq 9; x_8 \leq 12; x_9 \leq 13; x_{10} \leq 11; x_1 \leq 50; x_2 \leq 50; x_3 \leq 50; x_4 \leq 50; x_5 \leq 50; x_6 \leq 50; x_7 \leq 50; x_8 \leq 45; x_9 \leq 45; x_{10} \leq 45$$

$$Z(\text{máx}) = 1291,61$$

Si se impulsa la demanda proyectada del producto estrella y se reduce la oferta proyectada de los demás productos, se alcanza una utilidad de USD. 1291,61 durante el mes de abril del año 2020; monto ligeramente superior al alcanzado sin estimular la demanda proyectada del producto estrella y sin reducir la oferta de los demás productos del portafolio de la empresa Gutiérrez. Este resultado corrobora, también en este caso, la utilidad del método simplex de programación lineal para la obtención de una mezcla del portafolio de productos que optimiza las utilidades.

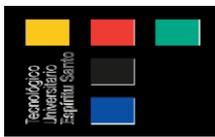
Resultados

Los resultados obtenidos en el presente estudio se sistematizan en la Tabla 2, esto es, los registros de cantidades vendidas por producto correspondientes al mes de marzo del año 2020 y las proyecciones para el mes de abril del 2020, tanto en cantidades vendidas como en utilidades obtenidas.

Tabla 2. Cuadro comparativo de ventas marzo 2020 –registrado- y abril 2020 –proyectado-

Producto	Marzo		Abril	
	Optimizando	Sin Optimizar	Optimizando	Sin Optimizar
	Cantidad vendida	Cantidad Vendida	Cantidad vendida	Cantidad Vendida
Antenas de TV	50u.	40u.	50u.	34u.
Foco ahorrador	0u.	20u.	0u.	19u.
Foco ahorrador espiral	15u.	26u.	0u.	28u.
Enchufe blindado 2 patas genérico	0u.	19u.	0u.	18u.

Esta obra se comparte bajo la licencia Creative Common Atribución-No Comercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)
Revista Trimestral del Instituto Superior Universitario Espíritu Santo



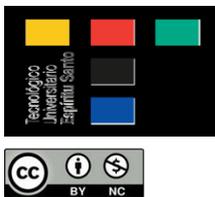
Enchufe blindado 2 patas original	0u.	20u.	0u.	15u.
Cable coaxial	10u.	10u.	6u.	6u.
Cable para parlante	12u.	12u.	9u.	9u.
Balastos 4*32	15u.	15u.	12u.	12u.
Balanza de 20kg.	14u.	14u.	0u.	13u.
Transformadores de 220v.	15u.	15u.	1u.	11u.
Utilidad total (USD.)	\$ 1.641,93	\$ 1.572,99	\$ 1.291,61	\$ 1.284,41

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados obtenidos con la aplicación del método simplex de programación lineal y el método estadístico de pronósticos se determina la cantidad óptima del portafolio comercializable de los principales productos de la comercializadora Gutiérrez que maximiza las ganancias o utilidades, siendo estos resultados consistentes con la teoría explicada por Flores-Tapia & Flores-Cevallos (2018); Hillier & Lieberman (2015a); Taha (2017), entre otros, quienes destacan la utilidad de los métodos utilizados para el cálculo de funciones de maximización o minimización, facilitando la toma de decisiones sobre producción o, en este caso- con respecto al portafolio de ventas con el fin de obtener un resultado óptimo de utilidades, entre todas las alternativas factibles.

Conclusiones

Lo anterior permite concluir que se rechaza la hipótesis nula inicialmente planteada y se acepta la hipótesis alternativa; esto es, existe una combinación óptima del portafolio de ventas para los productos comercializados por la empresa objeto de estudio que maximiza las utilidades, una vez que se impulsa la demanda del producto estrella –antenas de televisión- y, a la vez, se reduce la oferta de los demás productos. Demostrándose que las decisiones vinculadas a la gestión empresarial están mejor sustentadas, más aún en tiempos de crisis y post crisis, cuando



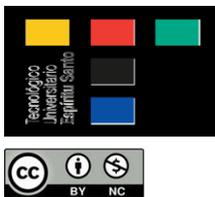
se aplican modelos matemáticos como es el caso del método simplex de programación lineal utilizado en la presente investigación.

Asimismo, el impacto en las utilidades de las empresas del sector productivo y comercial en situaciones post crisis, como es el caso de pandemia denominada Covid-19, puede ser mitigado e incluso revertido con una adecuada combinación de la producción en el caso de las unidades productivas o de empresas de servicios del sector comercial. Más aún si, estratégicamente, se toma la decisión de fomentar las ventas del producto estrella y la reducción, si fuese el caso, de la oferta de los productos menos rentables.

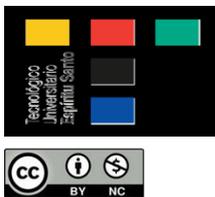
Por otra parte, la investigación también ha demostrado la utilidad y complementariedad entre las herramientas de pronóstico estadístico y programación lineal, calculándose valores futuros óptimos -en este caso- en las cantidades y utilidades del portafolio de los principales productos comercializados por la empresa Gutiérrez. Finalmente, es necesario señalar que este tipo de resultados se obtienen a partir de modelos matemáticos perfectibles y sujetos a ciertos niveles de incertidumbre inherente a la realidad social, señalando con ello que las herramientas cuantitativas y estadísticas aplicadas en el presente estudio no garantizan *–per se–* utilidades en las ventas de la empresa estudiada. No obstante, siendo lo más importante, facilitan significativamente la toma de decisiones.

Referencias Bibliográficas

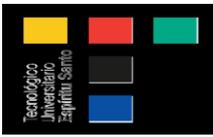
- Alvarado, J. (2009). La programación lineal aplicación de las pequeñas y medianas empresas. *Reflexiones*, 88(1), 1021–1209. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4796082>
- Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2016). *Métodos cuantitativos para los negocios* (13th ed.). Cengage Learning.



- Bauzá, J. (2015). Aplicación de la programación lineal en el análisis de la eficiencia: el método dea. *Perspectiva Socioeconómica*, *1*(12), 119. https://www.researchgate.net/publication/312310626_Aplicacion_de_la_programacion_lineal_en_el_analisis_de_la_eficiencia_el_metodo_dea/citation/download
- Bolaños, R., Correa, C., & Escobar, A. (2007). Planeamiento de la expansión de la transmisión considerando contingencias mediante el algoritmo multiobjetivo NSGA-II. *Scientia et Technica*, *1*(37), 13–18. <https://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/4031/2287>
- Díaz, G. (2005). Linear Programming as a Tool for Decision Making. *Sotavento*, *10*(1), 60–67. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1508437
- Faulín, F., & Pérez, A. (2005). Introducción a la investigación operativa. *Técnica Administrativa*, *4*(23), 166–1680.
- Flores-Tapia, C., Flores-Cevallos, K., Mendoza, A., & Valdivieso, A. (2017). Análisis del volumen de ventas de rosas en la empresa “High conecction flowers” aplicando diseño de experimentos: caso particular. *Scientia et Technica*, *22*(3), 281–287. <https://doi.org/10.22517/23447214.13891>
- Flores-Tapia, C., & Flores-Cevallos, L. (2018). *Investigación Operativa*. Fundación Los Andes. http://186.71.28.67/isbn_site/catalogo.php?mode=detalle&nt=63085
- Gesa, A., Rabadá, I., & Jurado, J. (2008). La planificación de la producción industrial y las emisiones de CO2. Aplicación de un modelo de programación lineal. *Asociación Europea de Dirección y Economía de Empresa*, *1*, 1–15. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2710829>
- Gutiérrez, C. (2020). *Empresa de materiales eléctricos*. <https://www.facebook.com/comercialgutierrez.ambito/>
- Guzmán, I., Arcas, N., & García, D. (2006). La eficiencia técnica como medida de rendimiento de las cooperativas agrarias. *Revista de Economía Pública, Social y Cooperativa*, *055*(agosto), 289–311. <https://repositorio.upct.es/handle/10317/1327>
- Hanke, J., & Wichern, D. (2014). *Business forecasting* (9th ed.). Pearson. <https://www.amazon.com/-/es/John-Hanke/dp/0132301202>



- Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2007). *Fundamentos de metodología de la investigación*. McGraw-Hill.
- Hillier, F., & Lieberman, G. (2015a). *Introduction to Operations Research* (10th ed.). McGraw Hill.
https://www.academia.edu/36556707/Introduction_to_Operations_Research_by_Hillier_10th_Edition
- Hillier, F., & Lieberman, G. (2015b). *Investigación de operaciones* (10th ed.). McGraw Hill.
- Levin, R., Rubin, D., Rastogi, S., & Hussain, M. (2014). *Statistics for Management*. Pearson.
<https://www.amazon.in/Statistics-Management-7e-IEVIN-Rastogi/dp/8131774503>
- Lind, D. (2012). *Statistical Techniques in Business and Economics* (15th ed.). McGraw Hill.
<https://cruncheez.files.wordpress.com/2015/12/statistical-techniques-in-business-and-economics-lind-douglas-srg.pdf>
- Microsoft. (2021). *Microsoft Office Excel-Solver*. <https://www.microsoft.com/es-ec/>
- Miranda, F., & Ramos, M. (2014). Regiones factibles y óptimas del Iso-Beneficio del consumidor. *Mundo Siglo XXI*, 32, 79–87. <https://biblat.unam.mx/es/revista/mundo-siglo-xxi/articulo/regiones-factibles-y-optimas-del-iso-beneficio-del-consumidor>
- OMS. (2021). *Organización Mundial de la Salud*. <https://www.who.int/es>
- PHPSimplex. (2020). <http://www.phpsimplex.com/simplex/simplex.htm?l=es>
- Prawda, J. (2004). *Métodos y modelos de Investigación de Operaciones*. Limusa.
<http://www.bibvirtual.ucb.edu.bo:8000/opac/Record/41750/Details>
- Quintanilha, J., Baptista, J., & Meza, L. (2012). Evaluación de la eficiencia de las compañías aéreas brasileñas a través de un modelo híbrido de análisis envolvente de datos (DEA) y programación lineal multiobjetivo. *Ingeniare*, 20(3), 331–342.
<https://scielo.conicyt.cl/pdf/ingeniare/v20n3/art07.pdf>
- Render, B., Stair, R., & Hanna, M. (2012). *Métodos cuantitativos para los negocios* (11th ed.). Pearson.
- Sáenz, R. (2005). Operaciones: concepto, sistema, estrategia y simulación. *Academia. Revista Latinoamericana de Administración*, 34, 1–24.
- Taha, H. (2017). *Investigación de operaciones* (Vol. 10). Pearson Educación.



Triola, M. (2018). *Elementary Statistics* (13th ed.). Pearson.

<https://www.pearson.com/store/p/elementary-statistics/P100002509154>

Winston, W. (2004). *Investigación de operaciones: aplicaciones y algoritmos: Vol. 4ª*. Thomson.

<https://es.calameo.com/read/00084000223a91248b4af>