



## Aplicación de las pruebas no paramétricas de signos y Wilcoxon en la toma de decisiones empresariales

### Application of non-parametric sign and Wilcoxon tests in business decision making

Carlos Ernesto Flores Tapia.

 <https://orcid.org/0000-0002-1892-6309>

**Afiliación Institucional, país:** Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Ecuador.

**Autor para la correspondencia:** [cflores@pucesa.edu.ec](mailto:cflores@pucesa.edu.ec)

**Karla Lissette Flores Cevallos.**

 <https://orcid.org/0000-0003-0851-5319>

**Afiliación Institucional, país:** Universidad de Cádiz, España.

**Autor para la correspondencia:** [floresceva@alum.uca.es](mailto:floresceva@alum.uca.es)

**Líneas de publicación:**

Fortalecimiento de los Actores de la Economía y Desarrollo Empresarial.

Innovación Tecnológica, Modelación y Simulación de Procesos

**Fecha de recepción:** 11 de enero 2024

**Fecha de aceptación:** 8 de abril 2024

**Artículo revisado por doble pares ciego**

#### Resumen

El presente artículo contrasta las hipótesis planteadas por la gerencia en tres estudios de caso empresariales, para lo cual se aplicaron las pruebas estadísticas no paramétricas de signos, Wilcoxon para muestras dependientes y Wilcoxon para muestras independientes. Se buscó la solución mediante procedimientos estándar y con el uso de herramientas informáticas especializadas que agilizan los tiempos de procesamiento y ahorran costos a las organizaciones, demostrándose la aplicabilidad y utilidad de estas pruebas no paramétricas particularmente en escenarios empresariales complejos, como los generados por la post-crisis del COVID-19.

**Palabras clave:** empresas; estadística; pruebas no paramétricas; prueba de signos; pruebas de Wilcoxon.

#### Abstract

This article contrasts the hypotheses raised by management in three business case studies, for which non-parametric statistical sign tests were applied, Wilcoxon for dependent samples and Wilcoxon for independent samples. The solution was sought through standard procedures and with the use of specialized computer tools that speed

Esta obra se comparte bajo la licencia Creative Common Atribución-No Comercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)  
Revista Trimestral del Instituto Superior Universitario Espíritu Santo



up processing times and save costs for organizations, demonstrating the applicability and usefulness of these non-parametric tests particularly in complex business scenarios, such as those generated by the post -COVID-19 crisis.

**Key woks:** business; statistics; non-parametric tests, test of signs, Wilcoxon tests.

## Introducción

Los escenarios que rodean a las industrias en el mundo globalizado del siglo XXI, donde los adelantos tecnológicos y científicos están en constante evolución, hacen que la exigencia de calidad de los productos y servicios sea cada vez mayor. En la actualidad uno de los factores claves para el éxito de una industria es hacer uso de toda de su capacidad de conocimiento y aprendizaje, así como de su experiencia. La inferencia estadística mediante las pruebas de hipótesis en el sector empresarial es uno de los elementos que más pueden contribuir al aprendizaje y a la mejora de los productos y procesos; en ese sentido, la aplicación de la estadística se presenta como una herramienta efectiva para entender y optimizar la oferta de bienes y servicios del sector empresarial.

Los estadísticos utilizados para la verificación de hipótesis empresariales pueden ser de tipo paramétrico y no paramétrico; los primeros parten del supuesto parten de un supuesto en el cual las muestras provienen de poblaciones con distribución normal, los segundos, son útiles si la distribución de la que proviene la muestra no está especificada o se ha probado que no cumplen con el supuesto de normalidad (Anderson et al., 2016; Flores-Ruiz et al., 2017).

En la presente investigación se procede con el estudio de tres casos referidos a empresas de la provincia de Tungurahua-Ecuador, en los cuales se requiere la aplicación de los métodos paramétricos utilizando la prueba de signos y la prueba de Wilcoxon para muestras dependientes y muestras independientes. En el primer caso, los propietarios de la empresa avícola Guerrero están interesados en observar el impacto en la cantidad de producción de huevos por mes de las aves de postura, una vez que han sido inoculadas con un complemento vitamínico combatiente de bacterias (Ad3E); se aplica una prueba de signos al tratarse de una medición antes y después de la aplicación del medicamento, siendo cada observación independiente entre sí y no requerirse ninguna suposición de normalidad de los datos al compararse datos pareados nominales.

En el segundo caso de estudio, la gerencia de la empresa de calzado “Luis Carlos” ubicada en la ciudad de Ambato – Ecuador requiere determinar si la nueva disposición de la fábrica -layout-, puesta en funcionamiento hacia inicios del 2020, genera o no una mejor percepción de las condiciones físicas laborales; se procede con una prueba de Wilcoxon de una muestra de 13 colaboradores con un nivel de significancia del 5%.

En el tercer caso ilustrado en la presente investigación, la empresa Comercial automotriz Romero, cuyo giro de negocio es la comercialización de repuestos y accesorios para vehículo, vende dos tipos de bujías de encendido y la gerencia necesita verificar si hay o no diferencia en cuanto a la cantidad de kilómetros de duración entre los dos tipos de bujías comercializadas por Comercial automotriz Romero, se toman ocho



observaciones en diferentes vehículos con un nivel de significancia del 5% y se aplica la prueba de Wilcoxon para muestras independientes.

En los tres casos estudiados se busca la solución tanto por procedimientos convencionales para cada una de las pruebas no paramétricas contempladas en esta investigación y mediante el software Minitab. A continuación, se revisa la literatura, luego se establece la metodología y aplicación del procedimiento de prueba de hipótesis y, posteriormente, se presentan los resultados y las conclusiones.

### Marco Teórico

Los métodos no paramétricos son estadísticos utilizados para probar hipótesis en las cuales la distribución de la población no sigue la curva normal u otra forma específica, razón por la cual se las conoce también como pruebas de distribución libre. Entre los principales métodos no paramétricos y coeficiente de correlación de los rangos de Spearman se destacan la prueba de signos, Wilcoxon, Mann-Whitney, Kruskal-Wallis y Friedman (Flores-Tapia & Flores-Cevallos, 2022; Levin et al., 2014).

En los métodos no paramétricos los datos, por lo general responden a variables nominales y ordinales, antes que de intervalo o razón o se cuentan con pocos datos. Además, suele ocurrir que los datos no cumplen con los requisitos de normalidad, nivel de medición y de homogeneidad requeridos para la aplicación de pruebas paramétricas - Z, t student, F o ANOVA-, en consecuencia, los métodos no paramétricos resultan apropiadas como alternativas a las pruebas paramétricas. Sin embargo, se puede señalar como su principal desventaja la pérdida de agudeza en la estimación de intervalos a cambio de la posibilidad de usar menos información y cálculos mucho más rápidos y menos laboriosos (Sailema, 2019).

La prueba de signos para una muestra se utiliza cuando los datos no provienen de una distribución simétrica para estimar la mediana de la población y compararla con un valor objetivo o un valor de referencia y si los datos provienen de una distribución simétrica resulta apropiado el uso de la prueba de Wilcoxon de una muestra. Mientras que si se tienen más de 20 observaciones o si los datos no son marcadamente simétricos se utiliza la prueba t student de una muestra por el nivel más alto en cuanto a su potencia (Minitab, 2024).

Las pruebas de suma de rangos tales como la U de Mann Whitney y la de Kruskal-Wallis permiten determinar si las muestras independientes se obtienen de la misma población o de diferentes poblaciones con la misma distribución se usan, la primera, cuando se tienen dos poblaciones y, la segunda, en el caso de más de dos poblaciones que no incluyen valores atípicos. La ventaja con respecto de estas pruebas con respecto a la de signos viene dada porque la clasificación en rangos en lugar de signos + y - está dada porque reduce el desperdicio de datos. En el caso de que se disponga de más de 15 observaciones en cada muestra o si los datos no son significativamente simétricos se utiliza la prueba t student de 2 muestras debido a su mayor potencialidad (Flores-Tapia & Flores-Cevallos, 2022; Lind et al., 2021).



Por otra parte, si los datos contienen de 2 a 9 grupos y el tamaño de la muestra para cada grupo o si los datos contienen de 10 a 12 grupos y el tamaño de la muestra de cada grupo es por lo menos 20 es mejor la aplicación de ANOVA de un solo factor, por cuanto funciona bastante bien con distribuciones asimétricas y no normales y resulta mucho más potente que Kruskal-Wallis.

Además, si las distribuciones de los grupos incluyen valores atípicos y se tiene una variable categórica y una de variable de respuesta tipo continua se utiliza la mediana de Mood y si se tiene un diseño de bloque aleatorizado para probar medianas se aplica la prueba de Friedman, siendo esta prueba una alternativa no paramétrica al modelo de diseño de experimentos con bloques y a un ANOVA con dos factores.

Esta investigación se prioriza el estudio en tres casos empresariales aplicando, respectivamente, la prueba de signos, de Wilcoxon para muestras dependientes y Wilcoxon para pruebas independientes o prueba Mann-Whitney.

### Prueba de signos

La prueba de los signos contrasta hipótesis con respecto al parámetro de centralización y es usada para comparar datos pareados nominales. Se fundamenta en el signo de una diferencia entre dos observaciones que se relacionan, siendo que la muestra aleatoria de tamaño  $n$  puede clasificarse en dos categorías, ya sea 0 y 1 o signo positivo (+) o negativo (-). En esta prueba interesa la dirección antes que la magnitud numérica de la diferencia de las observaciones.

Entre las aplicaciones de la prueba de signos destaca la de experimentos tipo “antes-después” y sobre la preferencia de un producto. Destacándose que es otra aplicación de la aproximación normal a la binomial que utiliza los signos + y – en lugar de “éxitos y fracasos”. Se aplica para prueba de una y dos colas y, usualmente, se basa en la distribución binomial, no obstante, puede usarse la aproximación normal a la binomial como distribución cuando el número de observaciones superan a 10 (Lind et al., 2021).

El estadístico de prueba viene dado así:

Para  $n \leq 25$ :  $x$  (número de veces que ocurre el signo menos frecuente).

Para  $n > 25$ :

$$Z = \frac{(x+0.5) - \left(\frac{n}{2}\right)}{\frac{\sqrt{n}}{2}} \quad (1)$$

Donde:

X: número de veces que ocurre el signo menos frecuente.

N: número total de signos positivos y negativos combinados.

En los casos del tipo “preferencia” el estadístico de la prueba puede utilizar la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{\tilde{p} - p_{H_0}}{\sigma_{\tilde{p}}} \quad (2)$$

Donde:

Esta obra se comparte bajo la licencia Creative Common Atribución-No Comercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)  
Revista Trimestral del Instituto Superior Universitario Espiritu Santo



$PH_0$ : proporción hipotética de la población que prefiere el producto x.

$qH_0$ : proporción hipotética de la población que prefiere el producto y ( $qH_0 = 1 - PH_0$ ).

n: tamaño de la muestra.

p: éxitos de la muestra.

q: fracasos de la muestra.

$\bar{p}$ : proporción de éxitos en la muestra.

$\bar{q}$ : proporción de fracasos en la muestra.

$\sigma_{\bar{p}}$ : error estándar de la proporción, cuya fórmula es la siguiente:

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad (3)$$

Las hipótesis para la prueba de signo para una muestra son las siguientes:

$H_0$ :  $p = 0.5$  no hay diferencia entre las dos clases de eventos.

$H_1$ :  $p \neq 0.5$  hay diferencia entre las dos clases de eventos.

Además, para probar la aseveración de que una muestra proviene de una población con una mediana específico se consideran las siguientes hipótesis.

Hipótesis nula:

$H_0$ :  $\eta = \eta_0$  La mediana de la población ( $\eta$ ) es igual a la mediana hipotética ( $\eta_0$ ).

Mientras que para seleccionar la hipótesis alternativa se toma en cuenta lo siguiente:

$H_1$ :  $\eta \neq \eta_0$  La mediana de la población ( $\eta$ ) difiere de la mediana hipotética ( $\eta_0$ ).

$H_1$ :  $\eta > \eta_0$  La mediana de la población ( $\eta$ ) es mayor que la mediana hipotética ( $\eta_0$ ).

$H_1$ :  $\eta < \eta_0$  La mediana de la población ( $\eta$ ) es menor que la mediana hipotética ( $\eta_0$ ).

### **Prueba de Wilcoxon para muestras dependientes**

Frank Wilcoxon desarrolla la prueba paramétrica entre muestras dependientes que no siguen el supuesto de la normalidad de los datos denominada prueba de rangos con signo de Wilcoxon, más aún cuando el nivel de medición en las muestras sea de tipo ordinal y no de intervalo o razón. También la prueba de Wilcoxon de una muestra parte del supuesto que los datos tienen distribución simétrica, como es el caso de las distribuciones uniformes o de Cuchy. Esto es, si dos muestras provienen del mismo punto de población, entonces las diferencias entre los pares de observaciones se distribuyen de manera simétrica en torno a cero (Freund et al., 2010).

Con la prueba de Wilcoxon se estima la mediana comparada con un valor objetivo o uno de referencia, determinándose si la mediana de la población difiere de la mediana hipotética especificada y calculándose un rango de valores que probablemente incluyen la mediana de la población. Esto significa que utiliza las posiciones que ocupan los datos una vez ordenados y, por lo tanto, solo es aplicable a variables cuyos valores se pueden ordenar. Tiene menos poder estadístico (menor probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando realmente es falsa) ya que ignora valores extremos, en cuyo caso, como los t-test al trabajan con medias, sí los tienen en cuenta (Torres, 2019; Triola, 2018).

Esta obra se comparte bajo la licencia Creative Common Atribución-No Comercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)  
Revista Trimestral del Instituto Superior Universitario Espiritu Santo



El estadístico de prueba viene dado así:

Si  $n \geq 30$ , el estadístico de prueba es T.

Si  $n > 30$ , el estadístico de prueba es:

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (4)$$

Donde:

T: la más pequeña de las siguientes sumas, ya sea de los valores absolutos de los rangos negativos de las diferencias  $d$  que no sean cero o la suma de los rangos positivos de las diferencias  $d$  que no sean cero.

Las hipótesis para la prueba de Wilcoxon de una muestra son las siguientes:

$H_0$ : las dos muestras provienen de poblaciones con la misma distribución.

$H_1$ : las dos muestras provienen de poblaciones con distribuciones diferentes.

Además, para probar la aseveración de que una muestra proviene de una población con una mediana específico se consideran las siguientes hipótesis.

Hipótesis nula:

$H_0: \eta = \eta_0$  La mediana de la población ( $\eta$ ) es igual a la mediana hipotética ( $\eta_0$ ).

Mientras que para seleccionar la hipótesis alternativa se considera lo siguiente:

$H_1: \eta \neq \eta_0$  La mediana de la población ( $\eta$ ) difiere de la mediana hipotética ( $\eta_0$ ).

$H_1: \eta > \eta_0$  La mediana de la población ( $\eta$ ) es mayor que la mediana hipotética ( $\eta_0$ ).

$H_1: \eta < \eta_0$  La mediana de la población ( $\eta$ ) es menor que la mediana hipotética ( $\eta_0$ ).

### Prueba Wilcoxon muestras independientes

La prueba de Wilcoxon de la suma de rangos para muestras independientes es equivalente a la prueba U y a la Mann Whitney, por cuanto estas tres pruebas se aplican a situaciones similares y se llega a las mismas conclusiones. Estas pruebas siguen un procedimiento que permite determinar si dos muestras independientes provienen de poblaciones equivalentes, no requiriéndose que las dos poblaciones sigan la distribución normal y tengan varianzas poblacionales iguales y calcula el rango de valores que probablemente incluya la diferencia entre las medianas de la población (Flores-Tapia & Flores-Cevallos, 2020; Levin et al., 2014).

Cabe destacarse que esta prueba tiene mayor potencia que las pruebas que utilizan la mediana que utilizan únicamente la información de la ubicación de las observaciones de cada muestra con respecto al valor de la mediana general, mientras que la suma de rangos de Wilcoxon adicionalmente toma en cuenta la información relativa a la ubicación de cada observación en las muestras (Render et al., 2016).

El estadístico de prueba viene dado así:

$$Z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (5)$$

$$\mu_R = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} \quad (6)$$



$$\sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} \quad (7)$$

Donde:

$n_1$ : tamaño de la muestra 1, a partir de la cual se calcula la suma de rangos R.

$n_2$ : tamaño de la muestra 2.

$R_1$ : suma de rangos de la muestra 1.

$R_2$ : suma de rangos de la muestra 2.

R: lo mismo que  $R_1$  (suma de rangos de muestra 1).

$\mu_R$ : media de los valores muestrales R esperados cuando las dos poblaciones son idénticas.

$\sigma_R$ : desviación estándar de los valores muestrales R esperados cuando las dos poblaciones son idénticas.

También se puede utilizar la siguiente fórmula del estadístico de Wilcoxon de la suma de rangos si cada una de las muestras contiene al menos ocho observaciones, es decir, se aplica la distribución normal estándar como estadístico de la prueba (Flores-Tapia & Flores-Cevallos, 2021; Lind et al., 2021).

$$Z = \frac{W - \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} \quad (8)$$

Donde:

$n_1$ : número de observaciones de la primera muestra.

$n_2$ : número de observaciones de la segunda muestra.

W: la suma de rangos de la primera población.

Las hipótesis para la prueba de Wilcoxon de una muestra son las siguientes:

$H_0$ : las dos muestras provienen de poblaciones con la misma distribución, es decir, las dos poblaciones son idénticas.

$H_1$ : las dos muestras provienen de poblaciones con distribuciones diferentes, esto es, las dos poblaciones son diferentes en alguna forma.

Adicionalmente, para probar la aseveración de que una muestra proviene de una población con una mediana específico se consideran las siguientes hipótesis.

Hipótesis nula:

$H_0: \eta_1 = \eta_2$  La mediana de la primera población ( $\eta_1$ ) es igual a la mediana de la segunda población ( $\eta_2$ ).

Para seleccionar la hipótesis alternativa se considera lo siguiente:

$H_1: \eta_1 \neq \eta_2$  La mediana de la primera población ( $\eta_1$ ) no es igual a la mediana de la segunda población ( $\eta_2$ ).

$H_1: \eta_1 > \eta_2$  La mediana de la primera población ( $\eta_1$ ) es mayor que la mediana de la segunda población ( $\eta_2$ ).

$H_1: \eta_1 < \eta_2$  La mediana de la primera población ( $\eta_1$ ) es menor que la mediana de la segunda población ( $\eta_2$ ).



Por otra parte, para la comprobación de hipótesis de las pruebas de signos, Wilcoxon para muestras dependientes e independientes se cuenta con herramientas de software para ayudar a los analistas en la implementación de modelos computarizados, tales como el software Minitab, SPSS, R, Excel, Stata y Gretel, principalmente (Gujarati & Porter, 2009; IBM, 2024; Microsoft, 2024; Minitab, 2024).

Ahora bien, entre los estudios relacionados con la aplicación de las tres pruebas paramétricas contempladas en este estudio se destaca González-Camejo et al. (2021), quienes utilizan la prueba del signo-rango de Wilcoxon en la evaluación de la gestión de la calidad de la experiencia turística asociada a la rehabilitación de adicciones, demostrándose la pertinencia de la estadística no paramétrica para este caso en particular. Así también, Martínez et al. (2021), presentan una estrategia de intervención educativa-curativa para la enfermedad periodontal inflamatoria crónica en adolescentes, mediante un estudio longitudinal prospectivo utilizando estadística descriptiva y la prueba no paramétrica de rangos con signo de Wilcoxon.

Otro autor, Neppalli et al. (2021) compara, mediante la suma de rangos de Wilcoxon equipos de mamografía de dos proveedores diferentes; concluyendo que el tipo, la incidencia y la gravedad subjetiva de los artefactos específicos de mamografía con contraste mejorado difieren entre los proveedores. Por su parte, (Flores-Tapia & Flores-Cevallos, 2021) presentan un estudio de casos en los cuales se determina la normalidad de los datos aplicadas a los datos muestrales provenientes de las empresas objeto de estudio, procedimiento estadístico previo a la aplicación a la toma de decisión con respecto a la aplicación de una prueba paramétrica o una no paramétrica; a la vez que se demuestra la utilidad de estas pruebas a estudios de caso empresariales.

Mientras, Bhatta et al. (2021) emplean la prueba de suma de rangos de Wilcoxon para determinar las diferencias entre la estructura del bosque y las variables de composición entre los regímenes de precipitación, se registran 13 especies en la zona de alta y de baja precipitación, registrándose mayor riqueza y diversidad de especies en la región de baja precipitación; sin embargo, se observan condiciones similares de cobertura del dosel forestal en las dos regiones. Esta información resulta crucial para los administradores y población local con vistas al manejo sostenible de los recursos forestales en esta región.

No obstante, en los estudios antes referidos no se utiliza un procedimiento metodológico aplicando los tres tipos de pruebas no paramétricas priorizadas en este estudio —prueba de signos, prueba de Wilcoxon para muestras dependientes y prueba de Wilcoxon para muestras independientes— en sendos casos empresariales referidos a la búsqueda de respuesta a las inquietudes de la gerencia, como se realiza en la presente investigación.

## **Materiales y Métodos**

El estudio contempló técnicas no paramétricos —una prueba de hipótesis que no requiere que la distribución de la población siga una distribución normal— como son las





pruebas de signos y de Wilcoxon para muestras dependientes y para muestras independientes que se ajustan a la metodología estadística, particularmente la prueba de hipótesis (Flores-Tapia et al., 2017; Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018; Levin et al., 2014; Triola, 2018), previéndose seis etapas o fases a seguirse:

- Definición del problema de interés y recolección de datos relevantes.
- Formulación de un modelo matemático que represente el problema.
- Desarrollo de un procedimiento basado en computadora para derivar una solución para el problema a partir del modelo.
- Prueba del modelo y mejoramiento de acuerdo con las necesidades.
- Preparación para la aplicación del modelo prescrito por la administración.
- Implementación.

El alcance del estudio contempló la aplicación de las tres pruebas no paramétricas contempladas, una a cada uno de los tres casos de estudio propuestos en la investigación siguiendo tres fases, a saber: definición del problema, aplicación de los modelos matemáticos y desarrollo del procedimiento basado en computadora y presentación de resultados (Flores-Tapia & Flores-Cevallos, 2020; Lind et al., 2021). Esto es, una vez definido el problema, para la resolución de la pregunta planteada por la gerencia se utilizó una prueba de hipótesis en cinco pasos, esto es:

Paso 1: formulación de las hipótesis nula y alternativa.

Paso 2: selección del nivel de significancia.

Paso 3: decisión sobre el estadístico de la prueba

Paso 4: formulación de la regla de decisión

Paso 5: cálculo del estadístico y toma de la decisión con respecto a la hipótesis nula, -no rechazar la hipótesis nula o rechazar la hipótesis nula y aceptar la alternativa-.

En cuanto al cálculo del estadístico en cada uno de los casos de estudio el que se explica a continuación.

### **Prueba de signos**

Se inició reemplazando cada valor de la muestra que exceda la  $\mu_0$  con el signo más (+) y cada valor menor con el signo menos (-) o si es un caso del tipo “antes-después”, el signo más indica mejora y el signo menos deterioro. Si la  $\mu_0$  se mantiene o tampoco varía la situación inicial en los casos “antes-después” esa muestra se descarta. Luego se estableció la probabilidad de éxito para cada evento u observación y la probabilidad acumulada y se identificó la probabilidad acumulada hacia arriba de la serie de datos más cercana al nivel de significancia declarado para la prueba, sin exceder ese valor. Finalmente se aplicó la regla de decisión correspondiente y se toma la decisión con respecto a la hipótesis nula.

### **Prueba de Wilcoxon para muestras dependientes**



Se inició calculando la diferencia entre el par de datos muestrales, restando el segundo valor del primero, se conserva el signo y se descarta el par cuya diferencia sea cero. Luego, se estableció el valor absoluto de las diferencias, se ordenan las diferencias de la baja a la más alta y se reemplaza dichas diferencias por el valor del rango correspondiente. Si se produce un empate entre los valores de las diferencias se asigna la media de los rangos de esas observaciones. Posteriormente, a cada clasificación se asigna el mismo signo que tenía en la diferencia original y se calcula la sumatoria de los valores absolutos de los rangos positivos y también de los negativos. El menor valor de las dos sumatorias de los rangos se utiliza como el estadístico de la prueba identificado como T. Por último, se aplicó la regla de decisión y se adoptó la decisión con respecto a la hipótesis nula.

### **Prueba de Wilcoxon para muestras independientes**

A partir de la combinación de las dos muestras en una única muestra se reemplazó cada valor muestral por su respectivo rango, correspondiendo el valor más bajo al rango 1, el siguiente el 2 y así sucesivamente. Si se produce un empate entre los valores de las diferencias se asigna la media de los rangos de esas observaciones. Luego se realiza la sumatoria de los rangos para cualquiera de las muestras y se calcula el valor del estadístico de la prueba z donde cualquiera de las muestras se utiliza como muestra 1. Por último, se aplicó la regla de decisión y se adoptó la decisión con respecto a la hipótesis nula; considerando, por ejemplo, si la hipótesis nula no se rechaza la suma de los rangos de las dos muestras será casi igual, teniendo una distribución casi uniforme, mientras que, si se rechaza la alternativa y acepta la alternativa, una de las muestras tendrá una sumatoria de rangos menor y la otra una sumatoria mayor.

A continuación, siguiendo la metodología antes indicada, se desarrolla la aplicación y se muestran los resultados de las pruebas de signos, Wilcoxon para muestras dependientes y Wilcoxon para muestras independientes consideradas para los casos de estudio, objeto de esta investigación.

### **Resultados y Discusión**

Antes de proceder con la aplicación de la prueba de signos y la presentación de los resultados de la aplicación de la prueba de signos, se establece el enunciado del estudio de caso y las condiciones del mismo, en los siguientes términos:

La empresa avícola Guerrero realiza un estudio con el propósito de observar el impacto en la cantidad de producción de huevos por mes de las aves de postura de la administración de un complemento vitamínico combatiente de bacterias (Ad3E). Se procede con una medición antes y después de la aplicación del medicamento, el nivel de significancia decidido por el médico veterinario es 0.10; obteniéndose los datos que se muestran a continuación en la Tabla 1.



**Tabla 1.** Cantidad de postura mensual antes y después de la aplicación del complemento vitamínico

Código de la observación	Cantidad de postura Antes	Cantidad de postura Después	Signo de la diferencia
A001	25	29	+
B002	28	31	+
C003	29	26	-
D004	24	28	+
E005	27	27	0
F006	26	32	+
G007	21	26	+
H008	23	28	+
I009	28	26	-
J0010	24	29	+
K0011	28	32	+
L0012	26	29	+
M0013	28	27	-
N0014	29	32	+
O0015	24	28	+

**Fuente:** Elaboración propia a partir de los datos de la empresa Avícola Guerrero

Seguendo la metodología propuesta en esta investigación, las hipótesis nula y alternativa son:

Ho:  $\pi \leq 0,50$  La postura mensual de las aves es igual o menor una vez administrado el complemento vitamínico.

H1:  $\pi > 0,50$

La postura mensual de las aves se incrementa una vez administrado el complemento vitamínico.

Se verifica que sólo hay dos resultados, las aves mejoran la postura mensual o no, para cada evento se tiene la misma probabilidad de éxito de 0.50 y de fracaso 0.50. El número de eventos es fijo, cada observación es independientes entre sí, se comparan datos pareados nominales y no requiere de ninguna suposición con respecto a la distribución de la población, consecuentemente se puede aplicar la prueba no paramétrica de signos siguiendo la distribución de probabilidad binomial.

El valor crítico identificado en una tabla de distribución de probabilidad binomial de una cola para una muestra de 14 observaciones (no se toma en cuenta el evento en el cual no hay variación entre la medición antes y después) y una probabilidad de éxito de 0.50 se muestra en la Tabla 2. Leyéndose de abajo hacia arriba se llega a la probabilidad acumulada más cercana y sin sobrepasar el nivel de significancia de 0.10, siendo en este caso 0.090; consecuentemente la regla de decisión es: si la cantidad de signos en la muestra es igual o mayor que 10 se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa.



**Tabla 2.** Probabilidad acumulada -aplicación del complemento vitamínico-

Número de éxitos	Probabilidad de éxito	Probabilidad acumulada
0	0.000	1.000
1	0.001	0.999
2	0.006	0.998
3	0.022	0.992
4	0.061	0.970
5	0.122	0.909
6	0.183	0.787
7	0.209	0.604
8	0.183	0.395
9	0.122	0.212
10	0.061	0.090
11	0.022	0.029
12	0.006	0.007
13	0.001	0.001
14	0.000	0.000

**Fuente:** Elaboración propia

En el caso de la avícola Guerrero son once los signos positivos; por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa, esto es, luego de la administración del complemento vitamínico combatiente de bacterias (Ad3E) la postura mensual de las aves se incrementa. Recomendándose, en consecuencia, el uso de este complemento vitamínico en empresas avícolas con el fin de incrementar la producción de las aves de postura.

También se llega al mismo resultado mediante el software Minitab con la opción prueba de signo para una muestra.

[Estadísticas descriptivas](#)

Muestra	N	Mediana
Muestra aves de postura	15	1

[Prueba](#)

Hipótesis nula  $H_0: \eta = 0$

Hipótesis alterna  $H_1: \eta > 0$

Muestra	Número < 0	Número = 0	Número > 0	Valor p
Muestra aves de postura	3	1	11	0.029

Estos resultados corroboran la decisión tomada una vez aplicada la distribución de probabilidad binomial considerando la probabilidad acumulada de las observaciones, por cuanto el valor p de 0.029 es menor que el nivel de significancia de 0.10;



consecuentemente se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa. Se puede concluir que, luego de la administración del complemento vitamínico combatiente de bacterias (Ad3E) la postura mensual de las aves se incrementa.

Antes de proceder con la aplicación de Wilcoxon para muestras dependientes o pareadas y la presentación de los resultados, se establece el enunciado del estudio de caso y las condiciones del mismo.

La empresa de calzado “Luis Carlos” ubicada en la ciudad de Ambato - Ecuador lleva más de treinta años fabricando calzado que se comercializa a nivel nacional, alcanzando un crecimiento importante en los últimos años; razón por la cual la gerencia se percata de la necesidad de rediseñar la fábrica -layout-, emprendiendo dicha modernización durante los meses de noviembre y diciembre del 2019, de tal manera que a inicios de enero del 2020 la fábrica opera con el nuevo layout. En este escenario, se requiere determinar si la nueva disposición de la fábrica genera una mejor percepción de las condiciones físicas laborales, por cuanto el ambiente físico es considerado por la gerencia como uno de los dos pilares de un buen clima laboral conjuntamente con el ambiente humano con vistas a mejorar la productividad empresarial y afrontar el reto del crecimiento económico experimentado por la empresa “Luis Carlos”.

Se toma una muestra de 13 colaboradores de la empresa a los cuales a finales del 2019 se les preguntó su grado de satisfacción con el ambiente físico de la fábrica - en una escala de 1 a 30, siendo 1 el nivel más bajo y 30 el de mayor satisfacción- y una vez que se implementó el nuevo layout se les volvió a preguntar sobre dicho nivel de satisfacción, obteniéndose las valoraciones que se muestran en la Tabla 3.

**Tabla 3.** Nivel de satisfacción con el ambiente físico -layout 2019 y layout 2020-

Código del colaborador	Nivel de satisfacción layout 2019	Nivel de satisfacción layout 2020	Diferencia
1ALMP	20	28	-8
2APER	25	26	-1
3BMFC	18	24	-6
4EBOS	30	26	4
5GVBV	24	22	2
6MCIM	23	26	-3
7NTGA	29	30	-1
8OZJE	19	22	-3
9PHJD	23	22	1
10RM CJ	27	25	2
11SECA	28	27	1
12VSDA	16	29	-13



13VADP

20

27

-7

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos de la empresa de calzado Luis Carlos

Siguiendo la metodología propuesta en esta investigación, las hipótesis nula y alternativa son:

Ho: No hay diferencia en el nivel de satisfacción laboral de los colaboradores de la empresa de calzado “Luis Carlos” entre el layout anterior y el actual.

H1: La satisfacción laboral de los colaboradores de la empresa de calzado “Luis Carlos” es mayor con el nuevo layout.

El estadístico que se aplica es Wilcoxon para pruebas dependientes, por cuanto se verifica que las muestras están relacionadas, esto es, a los colaboradores de la empresa se les pide calificar la percepción de satisfacción entre el layout anterior y el actual, evidenciándose que algunas personas prefieren un layout con respecto al otro y una vez restadas las calificaciones se tiene un evento positivo en el caso de los colaboradores que califican mejor al nuevo layout y las diferencias negativas señalan que algunos colaboradores privilegian el layout anterior. En este punto, considerando la subjetividad de las calificaciones, no se puede garantizar que la distribución de diferencias siga la distribución normal y el nivel de medición en la muestra es de tipo ordinal. Los resultados de la sumatoria de los rangos se muestran en la tabla 4.

**Tabla 4.** Clasificación por rangos - Nivel de satisfacción con el ambiente físico-

Código del colaborador	Nivel de satisfacción Layout 2019	Nivel de satisfacción Layout 2020	Diferencia	Diferencia absoluta	Rango (-)	Rango (+)
1ALMP	20	28	-8	8	11	
2APER	25	26	-1	1	2.5	
3BMFC	18	24	-6	6	10	
4EBOS	30	26	4	4		9
5GVBV	24	22	2	2		5.5
6MCIM	23	26	-3	3	7.5	
7NTGA	29	30	-1	1	2.5	
8OZJE	19	22	-3	3	7.5	
9PHJD	23	22	1	1		2.5
10RM CJ	27	25	2	2		5.5
11SECA	28	27	1	1		2.5
Sumatoria					41	25

Fuente: Elaboración propia

Se considera un nivel de significancia de 0.05 y se aplica la prueba de una cola. El valor crítico identificado en la tabla de valores T de Wilcoxon es de 13. La regla de Esta obra se comparte bajo la licencia Creative Common Atribución-No Comercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0) Revista Trimestral del Instituto Superior Universitario Espíritu Santo



decisión señala que se rechaza la hipótesis nula si la menor sumatoria de rangos es 13 o menor. En este caso la menor sumatoria de rangos es 25, consecuentemente no se rechaza la hipótesis nula, concluyendo que no hay diferencia en el nivel de satisfacción laboral de los colaboradores de la empresa de calzado “Luis Carlos” entre el layout anterior y el actual.

Mediante el software Minitab, con la opción Wilcoxon de una muestra se obtiene el mismo resultado que con el procedimiento anterior, así:

Estadísticas descriptivas

Muestra	N	Mediana
Diferencia	13	-2

Prueba

Hipótesis nula  $H_0: \eta = 0$

Hipótesis alterna  $H_1: \eta > 0$

Muestra	Número de prueba	Estadística de Wilcoxon	Valor p
Diferencia	13	25.00	0.929

El valor p de 0.929 es mayor que el nivel de significancia de 0.05; consecuentemente no se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, no hay diferencia en cuanto al nivel de satisfacción laboral de los colaboradores de la empresa de calzado “Luis Carlos” con respecto al layout anterior y al actual.

Antes de proceder con la aplicación de Wilcoxon para muestras independientes y la presentación de los resultados, se establece el enunciado del estudio de caso y las condiciones del mismo.

Comercial automotriz Romero comercializa dos tipos de bujías de encendido y la gerencia necesita verificar si hay una diferencia en la durabilidad. Se realizan ocho observaciones en diferentes vehículos, siendo la duración en kilómetros la que se muestra en la Tabla 5.

**Tabla 5.** Durabilidad entre los dos tipos de bujías de encendido vendidas por Comercial automotriz Romero-

Duración en Km de la bujía marca X	Duración en Km de la bujía marca Y
62000	72000
75000	58000
90000	63000
85000	68000
81000	66000



Duración en Km de la bujía marca X	Duración en Km de la bujía marca Y
77000	60000
65000	55000
91000	77000

**Fuente:** Elaboración propia a partir de los datos de la empresa Comercial automotriz Romero

Siguiendo la metodología propuesta en esta investigación, las hipótesis nula y alternativa son:

**Ho:** La distribución de duración en kilómetros entre las dos marcas de bujías es la misma, esto es, no hay diferencia en los kilómetros de duración entre los dos tipos de bujías comercializadas por Comercial automotriz Romero.

**H1:** La distribución de duración en kilómetros entre las dos marcas de bujías es diferente, esto es, hay diferencia en los kilómetros de duración entre los dos tipos de bujías comercializadas por Comercial automotriz Romero.

Se verifica que las muestras son independientes y se observa, una vez ordenados los datos en rangos que los rangos bajos se encuentran mayoritariamente en una muestra y los altos en la otra, lo que constituye un indicio de que las dos poblaciones no son idénticas; puesto que si lo fueran se esperaría que los rangos altos y bajos se ubiquen entre las dos muestras. Además, los datos no siguen la distribución normal y tampoco tienen varianzas iguales ni las observaciones en cada muestra superar las quince, que de ser así se aplicaría la prueba t de dos muestras. Dadas las condiciones anteriores, se procede con la prueba de Wilcoxon para muestras independientes.

Se considera un nivel de significancia de 0.05 y se aplica la prueba de dos colas. El valor crítico identificado en la tabla de valores z es 1.96. Los resultados de la sumatoria de los rangos se muestran en la tabla 6.

**Tabla 6.** Clasificación por rangos – bujía marca X y bujía marca Y-

Bujía marca X	Rango	Bujía marca Y	Rango
62000	4	72000	9
75000	10	58000	2
90000	15	63000	5
85000	14	68000	8
81000	13	66000	7
77000	11.5	60000	3
65000	6	55000	1
91000	16	77000	11.5
<b>Sumatoria</b>	<b>89.5</b>		<b>46.5</b>

**Fuente:** Elaboración propia





Aplicada la Ecuación 7 del estadístico de Wilcoxon para dos muestras el resultado es  $z = 2.26$ . El valor crítico de 1.96 es menor que el valor calculado de 2.26, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa, esto es, existe diferencia entre las distribuciones de duración en kilómetros entre las dos marcas de bujías, esto es, hay diferencia en los kilómetros de duración entre los dos tipos de bujías comercializadas por Comercial automotriz Romero.

También se llega al mismo resultado mediante el software Minitab con la opción prueba de signo para una muestra.

#### Estadísticas descriptivas

Muestra	N	Mediana
Bujía marca X	8	79000
Bujía marca Y	8	64500

#### Prueba

Hipótesis nula  $H_0: \eta_1 - \eta_2 = 0$

Hipótesis alterna  $H_1: \eta_1 - \eta_2 \neq 0$

Método	Valor W	Valor p
No ajustado para empates	89.50	0.027
Ajustado para empates	89.50	0.027

Estos resultados corroboran la decisión tomada una vez aplicada el procedimiento anterior, por cuanto el valor p de 0.027 es menor que el nivel de significancia de 0.05; consecuentemente se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa. Se puede concluir que, las dos muestras provienen de poblaciones con distribuciones diferentes y tal como ya se concluyó anteriormente, hay diferencia en los kilómetros de duración entre los dos tipos de bujías comercializadas por Comercial automotriz Romero. Evidenciándose, en este sentido, que los resultados del estudio son consistentes con la teoría explicada por Flores-Tapia & Flores-Cevallos (2017b); Levin et al. (2014); Lind (2012); Triola (2018), entre otros.

#### Conclusiones

El artículo verifica que se pueden utilizar las pruebas no paramétricas tales como signos, Wilcoxon para muestras dependientes y Wilcoxon para muestras independientes para obtener resultados de pruebas de hipótesis que les permita a las empresas tomar las mejores decisiones. En tal sentido, a lo largo del artículo se ha ido alcanzando los objetivos de esta investigación de caso, esto es, se ha dado respuesta a cada una de las inquietudes de la gerencia de las empresas objeto de estudio en función de los datos y



resultados obtenidos en cada caso, esto es: se ha observado el impacto antes y después de la aplicación de un complemento vitamínico en la producción de las aves de postura en la empresa avícola Guerrero, se ha determinado si el nuevo layout de la planta de calzado de la empresa Luis Carlos genera o no una mejor percepción del ambiente laboral físicos por parte de los colaboradores y se ha verificado la diferencia o no en la duración entre los dos tipos de bujía de encendido vendidos por la empresa comercializadora automotriz Romero.

Por otra parte, cabe señalar que la aplicación de las pruebas no paramétricas contempladas en este estudio con el apoyo de herramientas informáticas, como por ejemplo Minitab y otros programas especializados, agilizan los tiempos de procesamiento y ahorran costos significativos para las organizaciones que necesitan información oportuna para la toma de decisiones técnicas, confirmando su utilidad, más aún si las condiciones internas y del entorno empresarial resultan cada vez más complejas, como es el caso de la crisis generada por el COVID-19. No obstante, es necesario recordar que este tipo de técnicas tienen también limitaciones relacionadas con el tipo de muestreo, la recolección de datos, y otros aspectos inherentes al tratamiento estadístico. Lo señalado no significa que su utilidad es cuestionable, por cuanto los tomadores de decisiones empresariales utilizan esta información para diseñar modelos, sistemas y procesos que funcionen bien y contribuyan al logro de los objetivos de la organización.

### Referencias Bibliográficas

- Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2016). *Estadística para negocios y economía* (14th ed.). Cengage Learning.  
[https://issuu.com/cengagelatam/docs/anderson\\_issuu](https://issuu.com/cengagelatam/docs/anderson_issuu)
- Bhatta, K., Aryal, A., Baral, H., Khanal, S., Acharya, A., Phomphakdy, C., & Dorji, R. (2021). Forest structure and composition under contrasting precipitation regimes in the high mountains, western Nepal. *Sustainability*, 13(13).  
<https://doi.org/10.3390/su13137510>
- Flores-Ruiz, E., Miranda-Novales, M., & Villasís-Keever, M. (2017). El protocolo de investigación VI: cómo elegir la prueba estadística adecuada. *Estadística inferencial. Revista Alergia Mexico*, 64(3), 364–370.  
<https://doi.org/10.29262/ram.v64i3.304>
- Flores-Tapia, C., & Flores-Cevallos, K. (2021). Pruebas para comprobar la normalidad de los datos en procesos productivos: Anderson-Darling, Ryan-Joiner, Shapiro-Wilk y Kolmogórov-Smirnov. *Societas*, 23(2), 83–106.  
<https://revistas.up.ac.pa/index.php/societas/article/view/2302>
- Flores-Tapia, C., Flores-Cevallos, K., Mendoza, A., & Valdivieso, A. (2017). Análisis



del volumen de ventas de rosas en la empresa “High conecction flowers” aplicando diseño de experimentos: caso particular. *Scientia et Technica*, 22(3), 281–287.  
<https://doi.org/10.22517/23447214.13891>

Flores-Tapia, C., & Flores-Cevallos, L. (2017). *Métodos cuantitativos para la toma de decisiones*. Editorial Académica Española.  
[http://186.71.28.67/isbn\\_site/catalogo.php?mode=detalle&nt=58249](http://186.71.28.67/isbn_site/catalogo.php?mode=detalle&nt=58249)

Flores-Tapia, C., & Flores-Cevallos, L. (2020). *Estadística inferencial*. Editorial Académica Española.  
[http://186.71.28.67/isbn\\_site/catalogo.php?mode=detalle&nt=58934](http://186.71.28.67/isbn_site/catalogo.php?mode=detalle&nt=58934)

Flores-Tapia, C., & Flores-Cevallos, L. (2022). Kruskal-Wallis, Friedman and Mood nonparametric tests applied to business decision making. *Espirales Revista Multidisciplinaria de Investigación Científica*, 6(42), 1–20.  
<https://www.revistaespirales.com/index.php/es/article/view/827>

Freund, J., Miller, I., & Miller, M. (2010). *Estadística matemática con aplicaciones*. Pearson Educación.

González-Camejo, I., Vega-de la Cruz, L., Pérez-Previa, M., & Moreno-Pino, M. (2021). Gestión de la calidad, experiencia turística en servicios de rehabilitación de adicciones. *Ciencias Holguin*, 27(1), 18–28.  
<http://www.ciencias.holguin.cu/index.php/cienciasholguin/article/view/1250/1332>

Gujarati, D., & Porter, D. (2009). *Basic Econometrics* (5th ed.). McGraw Hill.

Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill.  
[http://www.biblioteca.cij.gob.mx/Archivos/Materiales\\_de\\_consulta/Drogas\\_de\\_Abuso/Articulos/SampieriLasRutas.pdf](http://www.biblioteca.cij.gob.mx/Archivos/Materiales_de_consulta/Drogas_de_Abuso/Articulos/SampieriLasRutas.pdf)

IBM. (2024). *SPSS Statistics*. <https://www.ibm.com/products/spss-statistics>

Levin, R., Rubin, D., Rastogi, S., & Hussain, M. (2014). *Statistics for Management*. Pearson. <https://www.amazon.in/Statistics-Management-7e-IEVIN-Rastogi/dp/8131774503>

Lind, D., Marchal, W., & Wathen, S. (2021). *Statistical Techniques in Business and Economics* (18th ed.). McGraw Hill.  
<https://www.mheducation.com/highered/product/statistical-techniques-business-economics-lind-marchal/M9781260239478.html>

Martínez, J., Toledo, F., Yeny, H., Yanela, F., Sánchez, M., & Hernández, C. (2021). Estrategia de intervención educativa-curativa para la enfermedad periodontal

Esta obra se comparte bajo la licencia Creative Common Atribución-No Comercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)  
Revista Trimestral del Instituto Superior Universitario Espiritu Santo



inflamatoria crónica en adolescentes Educational and curative intervention strategy for chronic inflammatory periodontal disease in adolescents. *Medicentro Electrónica*, 25(2), 197–212. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1029-30432021000200197&script=sci\\_arttext&tlng=en](http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1029-30432021000200197&script=sci_arttext&tlng=en)

Microsoft. (2024). *Microsoft Office Excel-Solver*. <https://www.microsoft.com/es-ec/>

Minitab. (2024). *Soporte de Minitab*. <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/anova/how-to/test-for-equal-variances/methods-and-formulas/methods-and-formulas/#levne-s-test-statistic>

Neppalli, S., Kessell, M., Madeley, C., Hill, M., & Vlaskovsky, P. (2021). Artifacts in contrast-enhanced mammography: are there differences between vendors? *Clinical Imaging*, 80(1), 123–130. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.clinimag.2021.06.031>

Render, B., Stair, R., Hanna, M., & Hale, T. (2016). *Métodos cuantitativos para los negocios*. Pearson.

Sailema, J. (2019). Modelo de estimación estadística “Programa de inclusión productiva” MIPRO-Ecuador. *Retos-Revista de Ciencias de La Administracion y Economia*, 9(18), 303–325. <https://retos.ups.edu.ec/index.php/retos/article/view/18.2019.08>

Torres, J. (2019). Una aplicación de la carta de control para medias y rangos ( X -R ) y análisis de capacidad del proceso – ( ACP ), en el proceso de la producción de sobres de azúcar personalizados bajo el supuesto de normalidad. *Avances*, 16(1), 1–16. <https://revistas.unilibre.edu.co/index.php/avances/article/view/5130/5613>

Triola, M. (2018). *Elementary Statistics* (13th ed.). Pearson. <https://www.pearson.com/store/p/elementary-statistics/P100002509154>